

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

18 мая 2017 года

Вариант МА00709

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение диагностической работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом к заданиям части 1 (1–12) является целое число, десятичная дробь или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

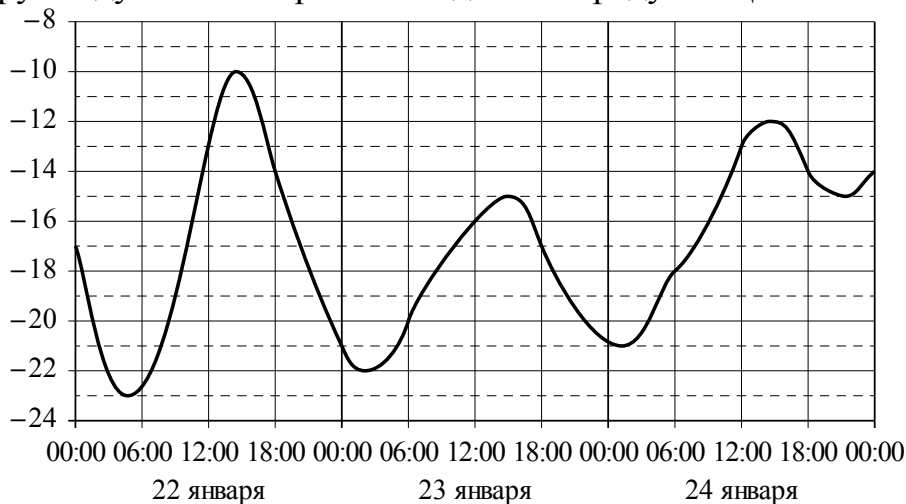
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Таксист за месяц проехал 6000 км. Цена бензина 34 рубля за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 8 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

Ответ: _____.

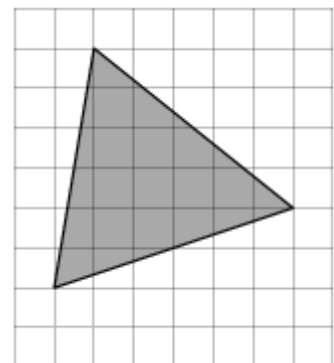
- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 23 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .

Ответ: _____.



4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 6. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

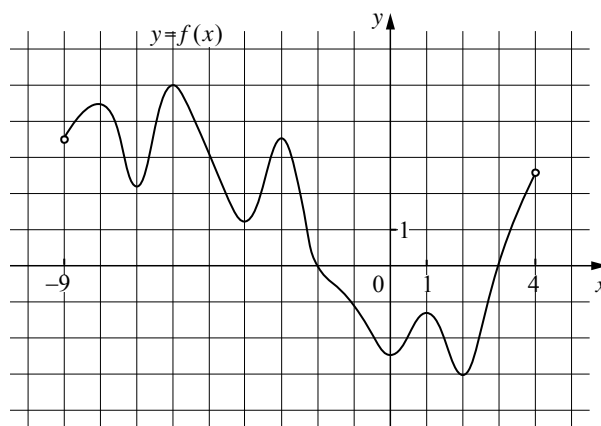
5 Найдите корень уравнения $\log_5(1+x) = \log_5 4$.

Ответ: _____.

6 В треугольнике ABC стороны AC и BC равны, $AB = 18$, $\sin A = 0,8$. Найдите AC .

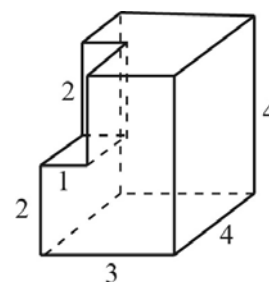
Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 4)$. В какой точке отрезка $[-8; 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

9 Найдите значение выражения $4^{\frac{1}{6}} \cdot 16^{\frac{5}{12}}$.

Ответ: _____.

10 Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет неотрицательной. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 202,5 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

11 Моторная лодка в 10:00 вышла по реке из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 15 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 14:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость лодки равна 11 км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 + 8x + 27}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $(3x^2 - 19x + 20)(2 \cos x + \sqrt{3}) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14 В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . Точка K — середина ребра A_1B_1 , а точка M делит ребро AC в отношении $AM : MC = 1 : 3$.

а) Докажите, что KM перпендикулярно AC .

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

15 Решите неравенство $\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{x^2+x-3}{x+1}} \leq \frac{2}{3} \cdot 2,5^{x - \frac{3}{x+1}}$.

16 В треугольнике ABC на продолжении стороны AC за вершину A отложен отрезок AD , равный стороне AB . Прямая, проходящая через точку A параллельно BD , пересекает сторону BC в точке M .

а) Докажите, что AM — биссектриса угла BAC .

б) Найдите площадь трапеции $AMB D$, если площадь треугольника ABC равна 216 и известно отношение $AC : AB = 5 : 4$.

- 17** 15 января Андрей планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1,2 млн рублей. Условия его возврата следующие:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
 - выплата должна производиться ежемесячно в период со 2-го по 14-е число каждого месяца;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (млн рублей)	1,2	1	0,8	0,6	0,3	0,1	0

Найдите наименьшее значение r , при котором Андрею в общей сумме придётся выплатить больше 1,7 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 3|x - 2a| + 2|y - a| = 6, \\ xy - x - 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

- 19**
- а) Найдите хотя бы одно натуральное число n такое, что десятичная запись числа $n^2 + 4n$ оканчивается всеми цифрами числа n , записанными в том же порядке.
 - б) Может ли такое число оканчиваться цифрой 1?
 - в) Найдите все такие четырёхзначные числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

18 мая 2017 года

Вариант МА00710

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение диагностической работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом к заданиям части 1 (1–12) является целое число, десятичная дробь или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

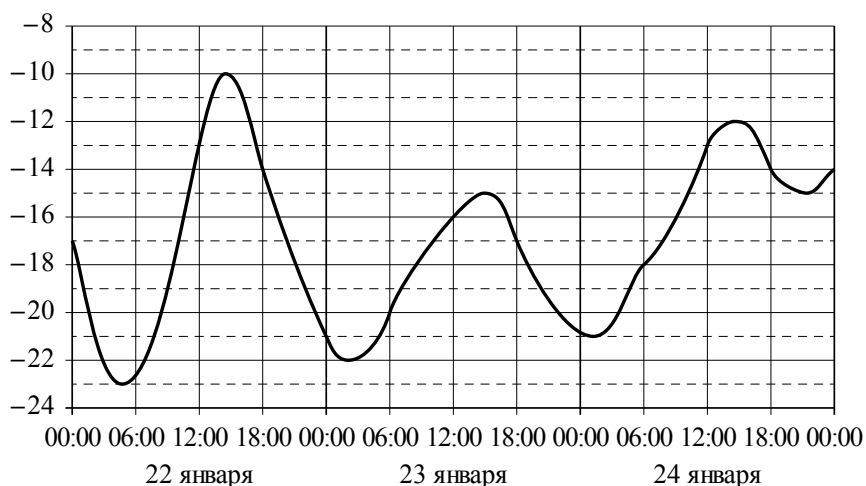
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Таксист за месяц проехал 5000 км. Цена бензина 32,5 рублей за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

Ответ: _____.

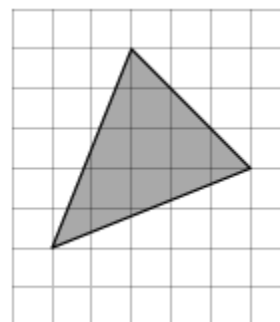
- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 24 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .

Ответ: _____.



4 В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 9. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

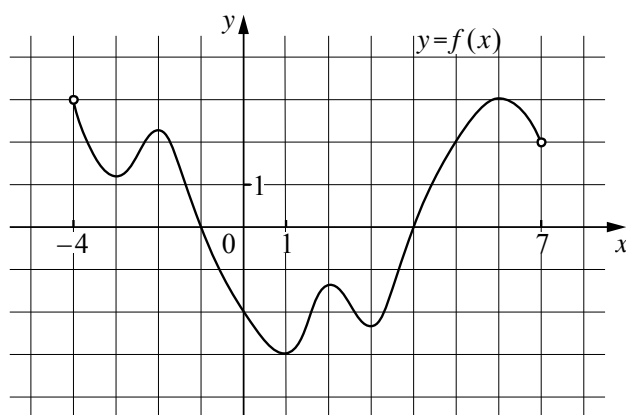
5 Найдите корень уравнения $\log_6(3+x) = \log_6 11$.

Ответ: _____.

6 В треугольнике ABC стороны AC и BC равны, $AB = 14$, $\sin A = 0,96$. Найдите AC .

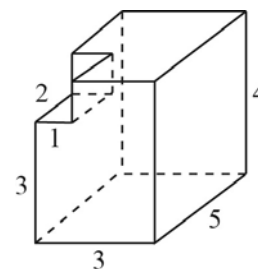
Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 7)$. В какой точке отрезка $[-3; 6]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

9 Найдите значение выражения $5^{\frac{2}{9}} \cdot 25^{\frac{7}{18}}$.

Ответ: _____.

10 Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет неотрицательной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 250 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

11 Байдарка в 7:00 вышла по реке из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 40 минут, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт А в 23:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость байдарки равна 6 км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 + 6x + 15}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $(2 - 3x - 2x^2)(2 \sin x - \sqrt{3}) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

14 В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . Точка K — середина ребра A_1B_1 , а точка M делит ребро AC в отношении $AM : MC = 1 : 3$.

а) Докажите, что KM перпендикулярно AC .

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABC , если $AB = 12$, $AC = 16$ и $AA_1 = 6$.

15 Решите неравенство $\left(\frac{7}{3}\right)^{\frac{x^2+3x-1}{x+2}} \geq \frac{2}{3} \cdot 3,5^{x+1 - \frac{3}{x+2}}$.

16 В треугольнике ABC на продолжении стороны AC за вершину A отложен отрезок AD , равный стороне AB . Прямая, проходящая через точку A параллельно BD , пересекает сторону BC в точке M .

а) Докажите, что AM — биссектриса угла BAC .

б) Найдите площадь трапеции $AMB D$, если площадь треугольника ABC равна 54 и известно отношение $AC : AB = 5 : 4$.

- 17** 15 января Алексей планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1,5 млн рублей. Условия его возврата следующие:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
 - выплата должна производиться ежемесячно в период со 2-го по 14-е число каждого месяца;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (млн рублей)	1,5	1,2	1	0,7	0,5	0,3	0

Найдите наименьшее значение r , при котором Алексею в общей сумме придётся выплатить больше 2,2 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x - a| + 2|y - a| = 5, \\ xy - x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

- 19**
- Найдите хотя бы одно натуральное число n такое, что десятичная запись числа $n^2 + 2n$ оканчивается всеми цифрами числа n , записанными в том же порядке.
 - Может ли такое число оканчиваться цифрой 3?
 - Найдите все такие четырёхзначные числа.